با ایران توشه
یک قدم جلوتر
باش!

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت



ایران توشه، مرجع دانلود فایل های کمک آموزشی دانش آموزان و کنکوری ها

همه چیز
برای موفقیت
تو!

- دانلود رایگان آزمون های آزمایشی قلمچی، خیلی سبز، گاج و ...
- دانلود رایگان گام به گام تمامی دروس
- دانلود رایگان نمونه سوالات امتحانی (نوبت اول و دوم) و امتحانات نهایی
- دانلود رایگان جزوه های کمک آموزشی و شب امتحانی

کافیست هر فایلی که نیاز دارید را در گوگل به این صورت جستجو کنید:

فایل مورد نیاز + ایران توشه

مثال:

دانلود گام به گام دوازدهم تجربی ایران توشه



irantooshe.ir

t.me/irantooshe

گام به گام ریاضی هشتم
فصل دوم

عنوان فصل: عددهای اول

از صفحه‌ی ۱۹ تا صفحه‌ی ۲۸ کتاب

در این فایل پاسخ فعالیت‌ها، کارهای کلاسی، تمرین‌ها و پرسش‌های فصل عددهای اول آمده است.

مباحث فصل: یادآوری عددهای اول، تعیین عددهای اول

این فایل توسط سایت ایران‌توشه تهیه شده است.

irantooshe.ir

تهیه‌شده در ایران‌توشه، توشه‌ای برای موفقیت

irantooshe.ir

فهرست پرسش‌ها

۱ صفحه ۲۰ · فعالیت — تقسیم به گروه‌های مساوی ۵

۲ صفحه ۲۰ · فعالیت — آرایش‌های مستطیلی ۵

۳ صفحه ۲۰ · فعالیت — تجزیه با نمودار درختی ۶

۴ صفحه ۲۱ · کار در کلاس — عددهای مرکب بین ۱۵ و ۳۰ ... ۷

۵ صفحه ۲۱ · فعالیت — ۱ اول است؟ دسته‌بندی عددها ... ۷

۶ صفحه ۲۱ · فعالیت — سه دسته‌ی عددهای طبیعی ۸

۷ صفحه ۲۱ · فعالیت — مضرب‌های ۲ و ۳ و ۴ ..... ۸

۸ صفحه ۲۱ · فعالیت — مضرب‌های عدد طبیعی مرکب‌اند؟ ... ۸

۹ صفحه ۲۲ · کار در کلاس — تشخیص عددهای مرکب ۹

۱۰ صفحه ۲۲ · فعالیت — ب.م.م و عددهای نسبت به هم اول ... ۱۰

۱۱ صفحه ۲۲ · فعالیت — دو عدد اول متفاوت ۱۰

۱۲ صفحه ۲۲ · فعالیت — مثال‌هایی از نسبت به هم اول ... ۱۰

۱۳ صفحه ۲۳ · تمرین — چهار پاسخ برای ب.م.م برابر ۱ ..... ۱۱

۱۴ صفحه ۲۳ · تمرین — عددهای اول بین ۴۰ و ۶۰ ..... ۱۱

۱۵ صفحه ۲۳ · تمرین — تعداد عددهای مرکب کمتر از ۲۰ ... ۱۱

۱۶ صفحه ۲۳ · تمرین — هر عدد طبیعی دست‌کم ۲ شمارنده دارد؟ ... ۱۲

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۱۷ صفحه ۲۳ · تمرین — مجموع دو عدد اول برابر ۹۹ ..... ۱۲

۱۸ صفحه ۲۳ · تمرین — عددهایی با شمارنده‌های اول ۲ و ۳ ... ۱۲

۱۹ صفحه ۲۴ · فعالیت — غربال عددهای ۱ تا ۵۰ ..... ۱۳

۲۰ صفحه ۲۴ · فعالیت — ادامه‌ی غربال: مضرب‌های ۵ و ۶ و ۷ ... ۱۳

۲۱ صفحه ۲۵ · فعالیت — پایان غربال ۱ تا ۵۰ ..... ۱۴

۲۲ صفحه ۲۵ · کار در کلاس — دنبال کردن نمودار غربال برای n = 40 ... ۱۵

۲۳ صفحه ۲۶ · فعالیت — اول بودن ۴۷ ..... ۱۵

۲۴ صفحه ۲۶ · کار در کلاس — بررسی اول بودن ۹۷، ۱۳۱ و ۱۴۳ ... ۱۶

۲۵ صفحه ۲۷ · تمرین — غربال ۱ تا ۶۰ ..... ۱۶

۲۶ صفحه ۲۷ · تمرین — ۱۰۷ و ۲۵۱ اول‌اند یا مرکب؟ ۱۷

۲۷ صفحه ۲۷ · تمرین — عددهای کمتر از ۱۰۰ و تقسیم بر ۲، ۳، ۵، ۷ ... ۱۷

۲۸ صفحه ۲۷ · تمرین — حداکثر تعداد تقسیم‌ها بین ۱۰۰ و ۱۲۰ ... ۱۸

۲۹ صفحه ۲۷ · تمرین — غربال ۱ تا ۱۰۰ و پرسش‌ها ۱۸

۳۰ صفحه ۲۸ · تمرین ترکیبی — مرکب بدون شمارنده‌ی اول دیگر و نسبت به هم اول ... ۱۹

۳۱ صفحه ۲۸ · تمرین ترکیبی — غربال برای عددهای ۲۰ تا ۴۰ ... ۱۹

۳۲ صفحه ۲۸ · تمرین ترکیبی — آیا ۱۳۷ اول است؟ ۱۹

۳۳ صفحه ۲۸ · تمرین ترکیبی — دو عدد مرکب نسبت به هم اول ... ۱۹

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۱ صفحه ۲۰ فعالیت

۱ــ می‌خواهیم ۱۹ نفر از دانش‌آموزان را برای کارهای مختلف به گروه‌هایی تقسیم کنیم. آیا می‌توانیم این تعداد را به گروه‌های مساوی تقسیم کنیم؟ اگر تعداد دانش‌آموزان ۷ نفر باشد، چه گروه‌هایی می‌توانیم تشکیل دهیم؟ همه‌ی حالت‌های ممکن را بنویسید. اگر تعداد آنها ۱۵ نفر باشد چه گروه‌هایی می‌توانیم تشکیل دهیم؟

۱۹ نفر

۱۹ فقط بر 1 و 19 بخش‌پذیر است؛ پس فقط می‌توان یک گروه ۱۹ نفره یا ۱۹ گروه تک‌نفره ساخت. گروه‌بندی با اندازه‌ی مساوی دیگری ممکن نیست.

۷ نفر

شمارنده‌های ۷ فقط 1 و 7 است؛ پس یا یک گروه ۷ نفره یا ۷ گروه تک‌نفره.

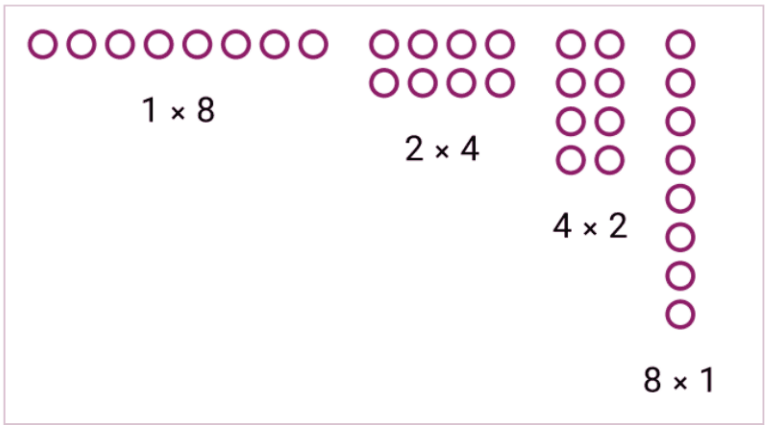
۱۵ نفر

شمارنده‌های ۱۵ برابر 1, 3, 5, 15 است؛ پس گروه‌بندی‌های مساوی ممکن عبارت‌اند از: ۱۵ گروه تک‌نفره، ۵ گروه ۳ نفره، ۳ گروه ۵ نفره و یک گروه ۱۵ نفره.

۲ صفحه ۲۰ فعالیت

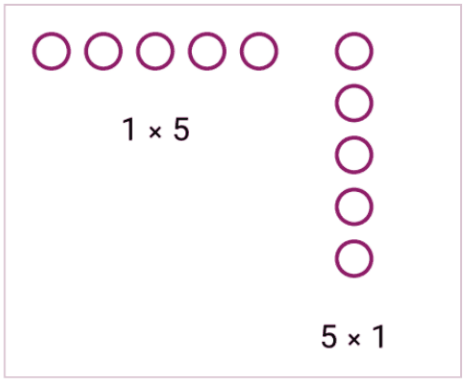
۲ــ تعدادی از سربازان می‌خواهند رژه بروند. فرمانده‌ی آنها آرایش‌های مستطیلی مختلف برای گروه‌های ۶ نفره را کشیده است: 6×1، 3×2، 2×3، 1×6. شما هم برای ۸ نفر آرایش‌های مستطیلی مختلف رسم کنید. برای ۵ نفر هم آرایش‌های ممکن را رسم کنید. کدام عددها فقط ۲ آرایش مستطیلی دارند؟

۸ نفر



۵ نفر

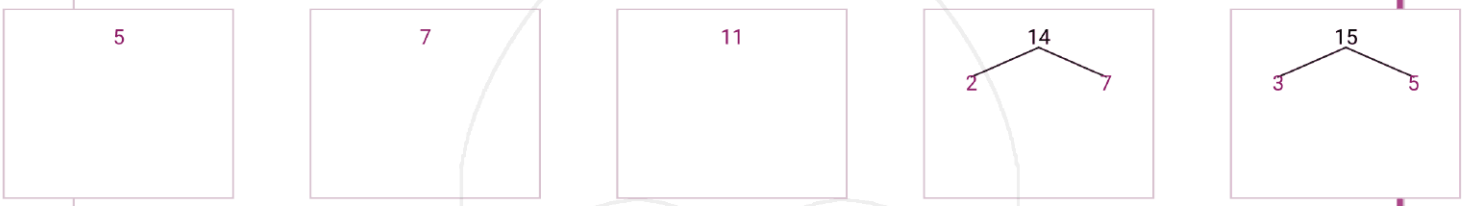
ایران توشه
توشه ای برای موفقیت



عددهایی که فقط ۲ آرایش مستطیلی دارند، دقیقاً دو شمارنده‌ی 1 و خودشان را دارند؛ مثل 2, 3, 5, 7, 11, 13, ... این عددها «اول» هستند.

۳ صفحه ۲۰ **فعالیت**

۳ــ مانند نمونه‌ها با رسم نمودارهای درختی، عددهای 15، 11، 14، 7 و 5 را به صورت ضرب شمارنده‌های اول بنویسید (تجزیه کنید). نمونه: 3 × 2 × 2 = 12 و 3 × 2 = 6.



5 × 3 = 15

7 × 2 = 14

11

7

5

- 15 = 3 × 5
- 14 = 2 × 7
- 11، 7 و 5 اول‌اند و بیشتر تجزیه نمی‌شوند؛ هر کدام فقط خودش است.

این فایل توسط سایت ایران‌توشه تهیه شده است.

irantooshe.ir

۴ صفحه ۲۱ کار در کلاس

همه‌ی عددهای مرکب بین 15 و 30 را به صورت ضرب دو عدد طبیعی بزرگ‌تر از یک بنویسید.

عدد	ضرب
16	2×8 (یا 4×4)
18	2×9 (یا 3×6)
20	2×10 (یا 4×5)
21	3×7
22	2×11
24	4×6 (یا 2×12)
25	5×5
26	2×13
27	3×9
28	4×7 (یا 2×14)

عددهای 17, 19, 23, 29 اول‌اند و به این صورت نوشته نمی‌شوند.

۵ صفحه ۲۱ فعالیت

۱ــ عددهای طبیعی از ۱ تا ۲۰ را بنویسید و دور عددهای اول خط بکشید. آیا عدد ۱ اول است؟ چرا؟ آیا عدد ۱ مرکب است؟ چرا؟

عددهای اول از ۱ تا ۲۰: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19 (هشت عدد).

عدد ۱ اول نیست؛ زیرا تنها یک شمارنده دارد (خودش)، در حالی که عدد اول باید بزرگ‌تر از یک باشد و فقط دو شمارنده‌ی 1 و خودش را داشته باشد.

عدد ۱ مرکب هم نیست؛ زیرا نمی‌توان آن را به صورت ضرب دو عدد طبیعی بزرگ‌تر از یک نوشت.

ایران توشه
توشه‌ای برای موفقیت

۶ صفحه ۲۱ فعالیت

۲ــ با توجه به سؤال بالا، عددهای طبیعی را به سه دسته تقسیم کنید و ویژگی‌های هر کدام را بنویسید.

- **عدد ۱:** فقط یک شمارنده دارد؛ نه اول است نه مرکب.
- **عددهای اول:** بزرگ‌تر از ۱ هستند و فقط دو شمارنده‌ی 1 و خودشان را دارند؛ مثل 2, 3, 5, 7.
- **عددهای مرکب:** بیش از دو شمارنده دارند و می‌توان آنها را به صورت ضرب دو عدد طبیعی بزرگ‌تر از ۱ نوشت؛ مثل 4, 6, 8, 9.

۷ صفحه ۲۱ فعالیت

۳ــ مضرب‌های طبیعی عدد ۲ به صورت ... 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, نوشته شده است. در صورت امکان آنها را مانند نمونه به صورت ضرب دو عدد طبیعی بزرگ‌تر از ۱ بنویسید. به همین ترتیب مضرب‌های طبیعی عددهای ۳ و ۴ را بنویسید و در صورت امکان به صورت ضرب دو عدد طبیعی بزرگ‌تر از ۱ بنویسید.

مضرب‌های ۲

2 (امکان‌پذیر نیست؛ اول است)، $2 \times 2 = 4$، $2 \times 3 = 6$، $2 \times 4 = 8$، $2 \times 5 = 10$، $2 \times 6 = 12$، $2 \times 7 = 14$، ...

مضرب‌های ۳

3 (اول است)، $3 \times 2 = 6$، $3 \times 3 = 9$، $3 \times 4 = 12$، $3 \times 5 = 15$، $3 \times 6 = 18$، ...

مضرب‌های ۴

$2 \times 2 = 4$، $2 \times 4 = 8$، $3 \times 4 = 12$، $4 \times 4 = 16$، $4 \times 5 = 20$، $4 \times 6 = 24$، ... (همه قابل نوشتن‌اند).

۸ صفحه ۲۱ فعالیت

۴ــ با توجه به سؤال بالا، آیا می‌توانیم بگوییم همه‌ی مضرب‌های یک عدد طبیعی مرکب‌اند؟ چرا؟ (به این ترتیب عددهای طبیعی را می‌توان به سه بخش تقسیم کرد: عدد ۱، عددهای اول و عددهای مرکب.)

خیر. هر عدد طبیعی، مضرب خودش هم هست. اگر آن عدد اول باشد (مثل 2 یا 3) خودش یک مضرب اول است، پس همه‌ی مضرب‌ها مرکب نیستند. ولی مضرب‌های بزرگ‌تر از خود عدد اول (مانند $6 = 3 \times 2$) مرکب‌اند. همچنین مضرب‌های عدد ۱ شامل همه‌ی عددهای طبیعی‌اند.

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۹ صفحه ۲۲ کار در کلاس

۱ــ در بین عددهای 21، 31، 35، 47 و 49، عددهای مرکب را مشخص کنید.

۲ــ کدام عددهای طبیعی را می‌شناسید که همه‌ی مضرب‌هایشان عددهای مرکب باشند؟

۳ــ عدد ۱۷ چند مضرب دارد؟ چند تا از مضرب‌های آن عدد اول هستند؟

۴ــ اگر a یک عدد اول باشد، آیا همه‌ی مضرب‌هایش مرکب‌اند؟

۱

$7 \times 3 = 21$، $7 \times 5 = 35$ و $7 \times 7 = 49$ مرکب‌اند. 31 و 47 اول‌اند.

۲

هر عدد مرکب؛ مانند ... ,10 ,9 ,8 ,6 ,4. زیرا مضرب‌های یک عدد مرکب، خودشان مرکب‌اند (هر مضرب را می‌توان به صورت ضرب دو عدد بزرگ‌تر از ۱ نوشت).

۳

عدد ۱۷ بی‌شمار مضرب دارد (... ,68 ,51 ,34 ,17). از میان آنها فقط خود ۱۷ اول است؛ بقیه به صورت $17 \times k$ با $k \geq 2$ مرکب‌اند.

۴

خیر؛ فقط مضرب اولِ $a = a \times 1$ اول است و بقیه‌ی مضرب‌ها (... ,3a ,2a) مرکب‌اند.

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۱۰ صفحه ۲۲ فعالیت

۱ــ ب.م.م جفت عددهای داده‌شده را بنویسید: (2,8)، (3,9)، (1,4)، (18,12)، (5,12)، (15,4)، (3,5)، (24,25)، (18,25)، (7,8)، (3,3) (نمونه: 3 = (15,6)). اگر ب.م.م دو عدد برابر یک باشد، می‌گوییم آن دو عدد نسبت به هم اول‌اند.

جفت عدد	ب.م.م	جفت عدد	ب.م.م
(2,8)	2	(18,12)	6
(3,9)	3	(5,12)	1
(1,4)	1	(15,4)	1
(3,5)	1	(24,25)	1
(18,25)	1	(7,8)	1
(3,3)	3		

جفت‌هایی که ب.م.م آنها ۱ شد نسبت به هم اول‌اند.

۱۱ صفحه ۲۲ فعالیت

۲ــ دو عدد اول متفاوت انتخاب کنید و ب.م.م آنها را بنویسید. آیا می‌توان گفت هر دو عدد اول (متفاوت) نسبت به هم اول‌اند؟ چرا؟

مثلاً 1 = (5,7) یا 1 = (3,11).

بله؛ شمارنده‌های هر عدد اول فقط ۱ و خودش است. چون دو عدد متفاوت‌اند، تنها شمارنده‌ی مشترکشان ۱ است؛ پس ب.م.م آنها ۱ است.

۱۲ صفحه ۲۲ فعالیت

۳ــ یک عدد اول و یک عدد مرکب مثال بزنید که نسبت به هم اول باشند.

۴ــ دو عدد مرکب مثال بزنید که نسبت به هم اول باشند.

۵ــ آیا دو عدد طبیعی متوالی نسبت به هم اول می‌شوند؟

۶ــ اگر دو عدد نسبت به هم اول باشند، ک.م.م آنها چگونه به دست می‌آید؟

۳

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

1 = (7,10) یا 1 = (2,9).

۴

1 = (8,9) یا 1 = (4,15).

۵

بله. هر شمارنده‌ی مشترک دو عدد n و n+1، تفاضل آنها یعنی ۱ را هم می‌شمارد؛ پس فقط ۱ می‌تواند باشد. مثلاً 1 = (14,15).

۶

ک.م.م آنها برابر حاصل‌ضرب دو عدد است؛ زیرا [a,b]×(a,b) = a×b و ب.م.م برابر ۱ است. مثلاً 72 = [8,9]، که برابر 8×9 است.

۱۳ صفحه ۲۳ تمرین

۱ــ برای تساوی 1 = (□ ,4) چهار پاسخ مختلف به دست آورید.

هر عدد فرد پاسخ است، زیرا ۴ فقط شمارنده‌های ۱، ۲ و ۴ دارد و عدد فرد بر ۲ بخش‌پذیر نیست: 1 = (4,5)، 1 = (4,7)، 1 = (4,9)، 1 = (4,11).

۱۴ صفحه ۲۳ تمرین

۲ــ عددهای اول بین دو عدد ۴۰ و ۶۰ را بنویسید.

41, 43, 47, 53, 59

۱۵ صفحه ۲۳ تمرین

۳ــ تعداد عددهای اول کمتر از ۲۰ هشت عدد است. تعداد عددهای مرکب کوچک‌تر از ۲۰ چندتاست؟ چرا؟

عددهای طبیعی کمتر از ۲۰، ۱۹ عدد (1 تا 19) هستند. از این ۱۹ عدد، ۸ عدد اول‌اند و عدد ۱ نه اول است نه مرکب. پس تعداد عددهای مرکب 10 = 1 – 8 – 19 است:

4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15, 16, 18

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

این فایل توسط سایت ایران‌توشه تهیه شده است.
irantooshe.ir

۱۶ صفحه ۲۳ تمرین

۴ــ آیا جمله‌ی زیر درست است؟ چرا؟ «هر عدد طبیعی دست‌کم ۲ شمارنده دارد.»

نادرست است. عدد ۱ فقط یک شمارنده (خودش) دارد.

۱۷ صفحه ۲۳ تمرین

۵ــ مجموع دو عدد اول ۹۹ است. آن دو عدد را مشخص کنید و توضیح دهید چگونه آنها را پیدا کردید.

مجموع دو عدد اول بزرگ‌تر از ۲، اگر هر دو فرد باشند، زوج می‌شود. چون ۹۹ فرد است، یکی از دو عدد باید زوج باشد و تنها عدد اول زوج ۲ است. پس عدد دیگر 97 = 2 − 99 است و ۹۷ اول است (بر ۲، ۳، ۵ و ۷ بخش‌پذیر نیست).

دو عدد: 2 و 97

۱۸ صفحه ۲۳ تمرین

۶ــ پنج عدد بنویسید که غیر از ۲ و ۳ شمارنده‌ی اول دیگری نداشته باشند.

۷ــ عددی در نظر بگیرید که ۴ و ۹ دو شمارنده‌ی آن باشند. حال شش عدد دیگر پیدا کنید که شمارنده‌های عدد مورد نظر باشند.

۶

مثلاً 6, 12, 18, 24, 36 (هر کدام فقط حاصل‌ضرب ۲ها و ۳هاست؛ 2, 3, 4, 8, 9 هم درست‌اند).

۷

کوچک‌ترین عدد با این ویژگی 36 = 9×4 است (چون ۴ و ۹ نسبت به هم اول‌اند). شمارنده‌های ۳۶ عبارت‌اند از 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36؛ شش شمارنده‌ی دیگر: 1, 2, 3, 6, 12, 18.

۱۹ صفحه ۲۴ فعالیت

می‌خواهیم عددهای اول از ۱ تا ۵۰ را تعیین کنیم. ابتدا عددهای ۱ تا ۵۰ را می‌نویسیم و سپس عددهای غیراول را خط می‌زنیم تا عددهای اول باقی بمانند. ۱ــ آیا عدد ۱ را خط زدید؟ چرا؟ ۲ــ آیا مضرب‌های عدد ۲ را خط می‌زنید؟ چرا؟ مضرب‌های مرکب عدد ۲ و سپس ۳ را خط بزنید. ۳ــ آیا لازم است مضرب‌های عدد ۴ را خط بزنیم؟ چرا؟

۱ــ بله، عدد ۱ را خط می‌زنیم؛ زیرا اول نیست.

۲ــ بله، خود ۲ را نگه می‌داریم (اول است) ولی مضرب‌های مرکب آن (4, 6, 8, ..., 50) را خط می‌زنیم؛ چون زوج‌اند و دست‌کم دو شمارنده‌ی بزرگ‌تر از ۱ دارند. پس از آن مضرب‌های مرکب ۳ (9, 15, 21, 27, 33, 39, 45 که هنوز خط نخورده‌اند) را هم خط می‌زنیم.

۳ــ خیر؛ زیرا اگر عددی مضرب ۴ باشد، پیش از آن به عنوان مضرب ۲ خط خورده است.

۲۰ صفحه ۲۴ فعالیت

۴ــ آیا مضرب‌های عدد ۵ را خط می‌زنید؟ چرا؟ مضرب‌های مرکب عدد ۵ را خط بزنید. کوچک‌ترین مضرب ۵ که برای اولین بار خط می‌خورد کدام است؟

۵ــ آیا مضرب‌های عدد ۶ را خط می‌زنید؟ چرا؟

۶ــ آیا مضرب‌های عدد ۷ را خط می‌زنید؟ چرا؟

۷ــ مضرب‌های مرکب عدد ۷ را خط بزنید. کوچک‌ترین مضرب ۷ که برای اولین بار خط می‌خورد کدام است؟

۸ــ آیا مضرب‌های عددهای ۸ و ۹ و ۱۰ را خط می‌زنید؟

۴

بله؛ چون ۵ اول است و مضرب‌های مرکبش باید خط بخورند. مضرب‌های ۵ که هنوز خط نخورده‌اند: 25, 35 (بقیه مثل ۱۰، ۱۵، ۲۰، ۳۰، ۴۰، ۴۵، ۵۰ قبلاً خط خورده‌اند). کوچک‌ترین مضرب ۵ که برای اولین بار خط می‌خورد 25 است.

۵

خیر؛ ۶ مرکب است و مضرب‌هایش پیش از این به عنوان مضرب ۲ (و ۳) خط خورده‌اند.

۶

بله؛ چون ۷ اول است و مضرب‌هایش باید بررسی شوند.

۷

مضرب‌های ۷: 7, 14, 21, 28, 35, 42, 49. از آنها فقط 49 قبلاً خط نخورده بود؛ پس کوچک‌ترین مضرب ۷ که برای اولین بار خط می‌خورد ۴۹ است (مضرب‌های کوچک‌تر ۷ با ۲، ۳ و ۵ خط خورده‌اند).

۸

خیر؛ ۸ و ۹ و ۱۰ مرکب‌اند و مضرب‌هایشان قبلاً به عنوان مضرب شمارنده‌های اولشان (۲ و ۳ و ۵) خط خورده‌اند.

۲۱ صفحه ۲۵ **فعالیت**

۹ــ اگر بخواهیم مضرب‌های عدد ۱۱ را خط بزنیم، کدام مضرب ۱۱ برای اولین بار خط خواهد خورد؟

۱۰ــ به این ترتیب، آیا لازم است مضرب‌های عدد ۱۱ را خط بزنیم؟

۱۱ــ آیا عددهای باقی‌مانده اول هستند؟

۹

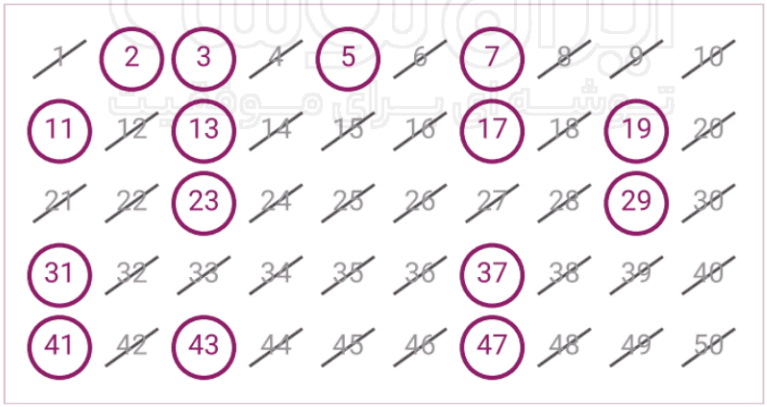
مضرب‌های ۱۱: 11×7, 11×5, 11×3, 11×2 (۲۲، ۳۳، ۵۵، ۷۷) همه قبلاً با ۲، ۳، ۵ و ۷ خط خورده‌اند؛ اولین مضربی که برای اولین بار خط می‌خورد 121 = 11×11 است که از ۵۰ بزرگ‌تر است.

۱۰

خیر؛ چون ۱۲۱ در بین عددهای ۱ تا ۵۰ نیست.

۱۱

بله. عددهای باقی‌مانده اول‌اند:

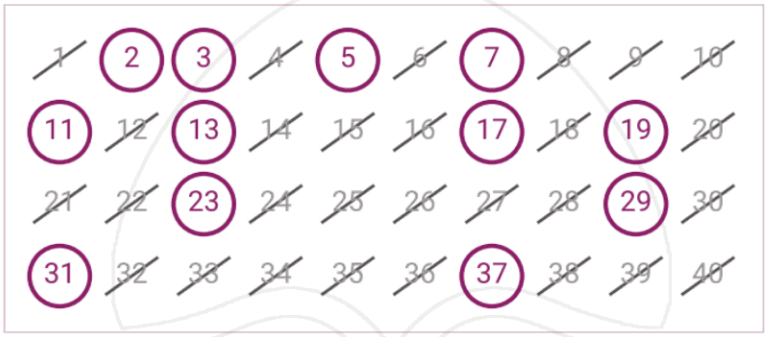


2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47 (۱۵ عدد)

۲۲ صفحه ۲۵ **کار در کلاس**

نتایج فعالیت قبل، که به آن روش غربال می‌گویند، در نمودار صفحه خلاصه شده است. این نمودار را برای n = 40 دنبال کنید و همه‌ی مرحله‌ها را یک به یک انجام دهید. هر مرحله از نمودار را برای خود توضیح دهید.

1. عددهای 1 تا 40 را می‌نویسیم.
2. عدد ۱ را خط می‌زنیم.
3. اولین عدد خط‌نخورده ۲ است. مربع آن 4 در بین عددهاست؛ پس مضرب‌های بزرگ‌تر از ۲ را خط می‌زنیم (4, 6, 8, ..., 40).
4. عدد خط‌نخورده‌ی بعدی ۳ است. $3^2 = 9$ در بین عددهاست؛ پس 9, 15, 21, 27, 33, 39 را خط می‌زنیم.
5. بعدی ۵ است. $5^2 = 25 \leq 40$؛ پس 25, 35 را خط می‌زنیم.
6. بعدی ۷ است. $7^2 = 49 > 40$؛ مربع آن در بین عددها نیست و کار پایان می‌یابد.
7. عددهای خط‌نخورده، عددهای اول‌اند:



2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37

۲۳ صفحه ۲۶ **فعالیت**

می‌خواهیم مشخص کنیم ۴۷ اول است یا نه. مانند روش غربال فرض کنید عددهای ۱ تا ۴۷ نوشته شده‌اند. آیا ۴۷ با مضرب‌های ۲ خط می‌خورد؟ با انجام دادن چه عملی می‌توانید پاسخ دهید؟ آیا با مضرب‌های ۳ خط می‌خورد؟ آیا با مضرب‌های ۵ خط می‌خورد؟ آیا لازم است بررسی کنیم که ۴۷ با مضرب‌های ۷ خط می‌خورد یا نه؟ آیا می‌توانیم نتیجه بگیریم که عدد ۴۷ را فقط بر عددهای اول تقسیم می‌کنیم؟ چرا تقسیم کردن را تا عدد اولی که مربع آن از ۴۷ بزرگ‌تر شود ادامه می‌دهیم؟

- بر ۲: خیر. ۴۷ را بر ۲ تقسیم می‌کنیم؛ $47 = 2 \times 23 + 1$ و باقی‌مانده ۱ است.
- بر ۳: خیر؛ $47 = 3 \times 15 + 2$ (باقی‌مانده ۲؛ مجموع ارقام ۱۱ بر ۳ بخش‌پذیر نیست).
- بر ۵: خیر؛ $47 = 5 \times 9 + 2$ (رقم یکان ۰ یا ۵ نیست).

ایران توشه
مشاوره‌ای برای موفقیت

- بر ۷: لازم نیست؛ چون $7^2 = 49 > 47$. اگر ۴۷ مضرب ۷ بود باید با مضرب‌های کوچک‌تر (۲، ۳، ۵) خط خورده بود، و اولین مضرب ۷ که تازه خط می‌خورد ۴۹ است.
- پس ۴۷ اول است.
- بله، فقط بر عددهای اول؛ زیرا اگر بر عددی مرکب بخش‌پذیر باشد، بر شمارنده‌های اول آن هم بخش‌پذیر است.
- اگر عددی مرکب مثل $n = a \times b$ باشد، دست‌کم یکی از دو شمارنده کوچک‌تر یا مساوی $\sqrt{n}$ است. پس اگر عدد بر هیچ عدد اولِ p با $p^2 \le n$ بخش‌پذیر نباشد، اول است و ادامه‌ی تقسیم لازم نیست.

۲۴ صفحه ۲۶ **کار در کلاس**

مانند نمونه بررسی کنید که عددهای ۹۷، ۱۳۱ و ۱۴۳ اول یا مرکب هستند. (نمونه برای ۹۷: چون $10^2 = 100 >$ 97 و $7^2 = 49 < 97$، باید آن را بر عددهای اول ۲، ۳، ۵ و ۷ تقسیم کنیم. چون همه‌ی تقسیم‌ها باقی‌مانده دارند، ۹۷ اول است.)

۱۳۱: $11^2 = 121 < 131$ و $13^2 = 169 > 131$؛ باید بر ۲، ۳، ۵، ۷ و ۱۱ تقسیم شود.

مقسوم‌علیه	۲	۳	۵	۷	۱۱
باقی‌مانده‌ی ۱۳۱	۱	۲	۱	۵	۹

همه باقی‌مانده دارند؛ پس ۱۳۱ اول است.

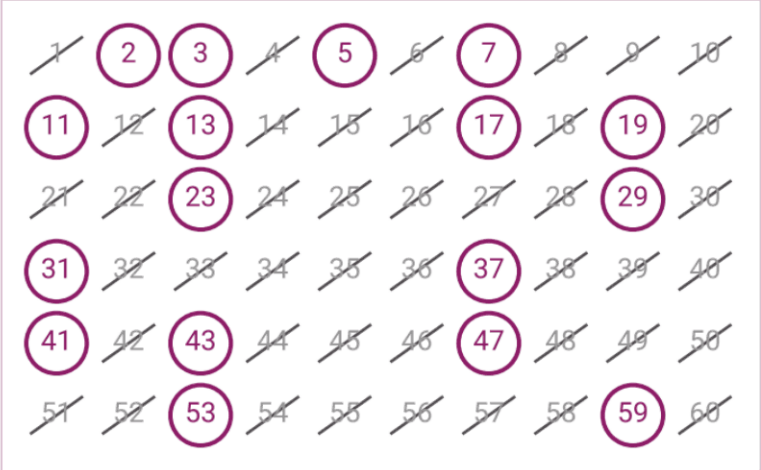
۱۴۳: بر ۲ (یکان ۳)، ۳ (مجموع ارقام ۸) و ۵ و ۷ ($143 = 7 \times 20 + 3$) بخش‌پذیر نیست، ولی $143 = 11 \times 13$ است؛ پس ۱۴۳ مرکب است.

۲۵ صفحه ۲۷ **تمرین**

۱ــ از روش غربال برای عددهای ۱ تا ۶۰ استفاده و عددهای اول کمتر از ۶۰ را پیدا کنید.

عدد ۱ را خط می‌زنیم، سپس مضرب‌های مرکب ۲، ۳، ۵ و ۷ را؛ چون $7^2 = 49 \le 60$ ولی $11^2 = 121 > 60$، کار با ۷ تمام می‌شود.

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت



عددهای اول کمتر از ۶۰: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59 (۱۷ عدد)

۲۶ صفحه ۲۷ **تمرین**

۲ــ مشخص کنید که عددهای ۱۰۷ و ۲۵۱ اول‌اند یا مرکب.

۱۰۷: $10^2 = 100 < 107 < 11^2 = 121$؛ پس بر ۲، ۳، ۵ و ۷ تقسیم می‌کنیم. باقی‌مانده‌ها به ترتیب 1, 2, 2, 2 است (مثلاً $107 = 7 \times 15 + 2$). پس ۱۰۷ اول است.

۲۵۱: $16^2 = 256 > 251 > 225 = 15^2$؛ پس تا اولین عدد اول که مربعش بزرگ‌تر از ۲۵۱ است ($17^2 = 289$) یعنی بر ۲، ۳، ۵، ۷، ۱۱ و ۱۳ تقسیم می‌کنیم. باقی‌مانده‌ها به ترتیب 1, 2, 1, 6, 9, 4 است. پس ۲۵۱ اول است.

۲۷ صفحه ۲۷ **تمرین**

۳ــ «برای اینکه بفهمیم عددهای کمتر از ۱۰۰ اول‌اند یا نه، کافی است آنها را به عددهای ۲، ۳، ۵ و ۷ تقسیم کنیم.» آیا این جمله درست است؟ چرا؟

درست است. اگر عددی کمتر از ۱۰۰ مرکب باشد، دست‌کم یک شمارنده‌ی اول کوچک‌تر یا مساوی $\sqrt{100} = 10$ دارد و عددهای اول کمتر از ۱۰ فقط ۲، ۳، ۵ و ۷ هستند. (به عبارت دیگر $11^2 = 121 > 100$.)

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

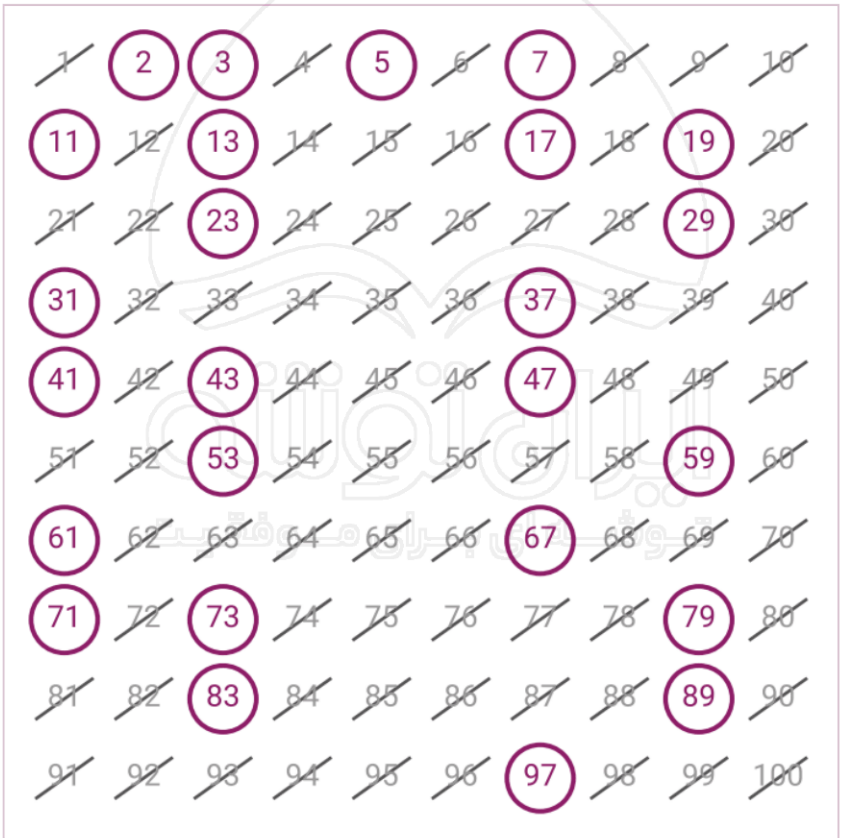
۲۸ صفحه ۲۷ تمرین

۴ــ عددی از ۱۲۰ کوچک‌تر و از ۱۰۰ بزرگ‌تر است. برای اینکه بفهمیم این عدد اول است یا نه، حداکثر چند تقسیم انجام می‌دهیم؟ چرا؟

حداکثر ۴ تقسیم؛ زیرا $120 < 121 = 11^2$ و $100 < 49 = 7^2$. پس کافی است عدد را بر عددهای اول 2, 3, 5, 7 تقسیم کنیم.

۲۹ صفحه ۲۷ تمرین

۵ــ عددهای ۱ تا ۱۰۰ را بنویسید و غربال کنید؛ سپس به پرسش‌ها پاسخ دهید: اولین عددی که خط خورد؛ در مرحله‌ی حذف مضرب‌های ۷، اولین مضرب ۷ که به عنوان مضرب سایر عددها خط نخورد؛ عددی که با مضرب‌های آن عدد ۲۴ خط خورد؛ تمام مضرب‌های ۵ که در مرحله‌ی حذف مضرب‌های ۵ برای اولین بار خط خوردند.



غربال تا ۷ ادامه می‌یابد؛ چون $100 < 121 = 11^2$. عددهای اول کمتر از ۱۰۰ همان ۲۵ عدد دایره‌دار شکل‌اند.

- اولین عددی که خط خورد: 1 (و اولین مضرب مرکب: 4).
- اولین مضرب ۷ که پیش‌تر خط نخورده بود: $7 \times 7 = 49$.
- عددی که ۲۴ با مضرب‌های آن خط خورد: 2 (۲۴ مضرب ۲ است و ابتدا با آن خط می‌خورد).

- مضرب‌های ۵ که برای اولین بار خط خوردند: 25, 35, 55, 65, 85, 95.

۳۰ صفحه ۲۸ تمرین ترکیبی

۱ــ یک عدد مرکب بنویسید که شمارنده‌های اول آن فقط ۲ و ۳ باشند. آیا این عدد و عددی که شمارنده‌های اول آن ۲ و ۵ است نسبت به هم اول‌اند؟ چرا؟

مثلاً $2\times2\times3 = 12$ و عددی با شمارنده‌های اول ۲ و ۵ مانند $2\times5 = 10$.

نسبت به هم اول نیستند؛ زیرا هر دو بر ۲ بخش‌پذیرند و ب.م.م آنها $(12,10) = 2$ است (نه ۱).

۳۱ صفحه ۲۸ تمرین ترکیبی

۲ــ با روش غربال، عددهای اول بین ۲۰ و ۴۰ را پیدا کنید. در این روش کار را از خط‌زدن مضرب‌های کدام عدد شروع می‌کنید و با مضرب‌های کدام عدد پایان می‌دهید؟

عددهای ۱ تا ۴۰ را می‌نویسیم و مضرب‌های مرکب ۲، ۳ و ۵ را خط می‌زنیم؛ چون $40 < 49 = 7^2$ پایان می‌دهیم.

عددهای اول بین ۲۰ و ۴۰: 23, 29, 31, 37.

کار را از مضرب‌های عدد 2 شروع می‌کنیم و با مضرب‌های عدد 5 پایان می‌دهیم.

۳۲ صفحه ۲۸ تمرین ترکیبی

۳ــ آیا عدد ۱۳۷ اول است؟ چرا؟

$137 < 121 = 11^2$ و $137 < 169 = 13^2$؛ پس بر ۲، ۳، ۵، ۷ و ۱۱ تقسیم می‌کنیم. باقی‌مانده‌ها به ترتیب 1, 2, 2, 4, 5 است (مثلاً $137 = 7\times19 + 4$ و $137 = 11\times12 + 5$). چون هیچ‌کدام صفر نیست، ۱۳۷ اول است.

۳۳ صفحه ۲۸ تمرین ترکیبی

۴ــ دو عدد مرکب بنویسید که نسبت به هم اول باشند.

مثلاً 8 و 9؛ هر دو مرکب‌اند ($8 = 2\times4$، $9 = 3\times3$) و $(8,9) = 1$. نمونه‌ی دیگر: $(15,16) = 1$.